

# 《概率论》教学大纲

课程编码：1511101103

课程名称：概率论

学时/学分：54/3

先修课程：《数学分析》、《高等代数》

适用专业：数学与应用数学

开课教研室：信息与计算科学教研室

## 一、课程性质与任务

1. 课程性质：《概率论》是数学与应用数学专业的一门重要的专业基础课程，是该专业学生的一门必修课程。

2. 课程任务：使学生了解概率论的基本概念；掌握概率论基本知识、基本理论和基本运算技能；重点培养运用概率方法分析和解决实际问题的能力。

## 二、课程教学基本要求

《概率论》是研究随机现象统计规律性的一门数学学科，是数学与应用数学专业学生的一门重要的专业基础课。通过本课程的教学，使学生掌握概率论的基本概念，掌握它的基本理论与方法，掌握处理随机现象的基本思想和方法；熟练掌握概率论的重要规律，发展思维的灵活性和创造性，培养学生抽象思维能力以及运用概率论知识分析问题和解决问题的能力。

成绩考核形式：末考试成绩（闭卷考试）（70%）+平时成绩（平时测验、作业、课堂提问、课堂讨论等）（30%）。成绩评定采用百分制，60分为及格。

## 三、课程教学内容

### 第一章 随机事件与概率

#### 1. 教学基本要求

理解和掌握随机事件及概率的定义、性质，熟练掌握几个重要的概率公式并灵活应用。

#### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

理解随机事件的概念；掌握事件间的关系及运算。理解概率与条件概率的概念；掌握概率的加法公式、乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式，并能在实际问题中加以应用。理解事件独立性和独立试验序列概型的概念。

#### 3. 教学重点和难点

本章的教学重点是概率、条件概率的概念及几个重要的概率公式，难点是贝叶斯公式及其应用。

## 4. 教学内容

### 第一节 随机事件及其运算

1. 随机现象
2. 样本空间
3. 随机事件
4. 随机变量
5. 事件间的关系
6. 事件运算
7. 事件域

### 第二节 概率的定义及其确定方法

1. 概率的公理化定义
2. 排列与组合公式
3. 确定概率的频率方法
4. 确定概率的古典方法
5. 确定概率的几何方法
6. 确定概率的主观方法

### 第三节 概率的性质

1. 概率的可加性
2. 概率的单调性
3. 概率的加法公式
4. 概率的连续性

### 第四节 条件概率

1. 条件概率的定义
2. 乘法公式
3. 全概率公式
4. 贝叶斯公式

### 第五节 独立性

1. 两个事件的独立性
2. 多个事件的相互独立性
3. 试验的独立性

## 第二章 随机变量及其分布

1. 教学基本要求

理解随机变量及其概率分布、分布函数的概念，掌握随机变量的数字特征的意义及求解方法，掌握几种常见的分布。

## 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习，使学生能准确理解随机变量及其概率分布、分布函数的概念，会利用分布求相关概率和数字特征，熟练掌握几种常见分布类型。

## 3. 教学重点和难点

本章教学重点是随机变量分布函数的概念、数字特征的概念，几种常见分布；难点是连续性随机变量的定义，由概率密度函数求分布函数，随机变量函数的分布。

## 4. 教学内容

### 第一节 随机变量及其分布

1. 随机变量的概念
2. 随机变量的分布函数
3. 离散随机变量的概率分布列
4. 连续随机变量的概率密度函数

### 第二节 随机变量的数学期望

1. 数学期望的概念
2. 数学期望的定义
3. 数学期望的性质

### 第三节 随机变量的方差与标准差

1. 方差与标准差的定义
2. 方差的基本性质
3. 切比雪夫不等式

### 第四节 常用离散分布

1. 二项分布
2. 泊松分布
3. 超几何分布
4. 几何分布与负二项分布

### 第五节 常用连续分布

1. 正态分布
2. 均匀分布
3. 指数分布
4. 伽玛分布
5. 贝塔分布

## 第六节 随机变量函数的分布

1. 离散随机变量函数的分布
2. 连续随机变量函数的分布

## 第七节 分布的其他特征数

1.  $k$  阶矩
2. 变异系数
3. 分位数
4. 中位数
5. 偏度系数
6. 峰度系数

## 第三章 多维随机变量及其分布

### 1. 教学基本要求

理解和掌握多维随机变量的联合分布、边际分布的概念和关系，掌握常见的多维随机变量，会求多维随机变量函数的分布；掌握条件分布与条件期望的概念和求法。

### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

了解多维随机变量的概念，理解二维随机变量的联合分布函数，联合概率密度，联合概率分布列的概念和性质，并会用它们计算有关事件的概率及边际分布、数字特征；掌握二维均匀分布、二维正态分布；掌握联合分布、边缘分布与条件分布之间的关系，随机变量的独立性；会利用分布函数法求解简单随机变量函数的分布。

### 3. 教学重点和难点

本章的重点是多维随机变量的联合分布和边际分布、多维随机变量函数的分布及条件分布、多维随机变量的特征数，难点是多维随机变量函数的分布及条件分布的求法。

### 4. 教学内容

#### 第一节 多维随机变量及其联合分布

1. 多维随机变量
2. 联合分布函数
3. 联合分布
4. 联合密度函数
5. 常用多维分布

#### 第二节 边际分布与随机变量的独立性

1. 边际分布函数
2. 边际分布列
3. 边际密度函数

4. 随机变量间的独立性

### 第三节 多维随机变量函数的分布

1. 多维离散随机变量函数的分布
2. 最大值与最小值的分布
3. 连续场合的卷积公式
4. 变量变换法

### 第四节 多维随机变量的特征数

1. 多维随机变量函数的数学期望
2. 数学期望与方差的运算性质
3. 协方差
4. 相关系数
5. 随机向量的数学期望与协方差阵

### 第五节 条件分布与条件期望

1. 条件分布
2. 条件数学期望

## 第四章 大数定律与中心极限定理

### 1. 教学基本要求

理解和掌握大数定律和中心极限定理并能熟练运用。

### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

理解并会求常用分布的特征函数；深刻理解并掌握大数定律，能熟练应用大数定律证明题目；

理解并掌握依概率收敛和按分布收敛的定义，并会用其性质证明相应的题目；深刻理解与掌握中心极限定理，并要对之熟练应用。

### 3. 教学重点和难点

本章的重点是大数定律与中心极限定理，难点是用特征函数的性质证明题目，大数定律和中心极限定理的应用。

### 4. 教学内容

#### 第一节 随机变量序列的两种收敛性

1. 依概率收敛
2. 按分布收敛、弱收敛

#### 第二节 特征函数

1. 特征函数的定义

2. 特征函数的性质

### 第三节 大数定律

1. 伯努利大数定理
2. 常用的几个大数定律

### 第四节 中心极限定理

1. 独立随机变量和
2. 独立同分布下的中心极限定理
3. 二项分布的正态近似
4. 独立不同分布下中心极限定理

## 四、学时分配

章序	内容	课时	备注
一	随机事件与概率	14	
二	随机变量及其分布	16	
三	多维随机变量及其分布	16	
四	大数定律与中心极限定理	8	
合计		54	

## 五、主用教材及参考书

### (一) 主用教材:

《概率论与数理统计教程》第二版 主编: 茆诗松 程依明 濮晓龙 出版社: 高等教育出版社 出版时间: 2011 年。

### (二) 参考书:

1. 《概率论与数理统计教程》主编: 魏宗舒 出版社: 高等教育出版社 出版时间: 2003 年。

2. 《概率论及数理统计教程》上册 主编: 邓集贤 杨维权等 出版社: 高等教育出版社 出版时间: 2009 年。

3. 《概率论与数理统计》第四版 主编: 盛骤 出版社: 高等教育出版社 出版时间: 2010 年。

执笔: 于云霞

审定: 皮 磊 梁桂珍

