

# 《线性代数 A》教学大纲

(2010 版)

课程编码: 110878

课程名称: 线性代数 A

学时/学分: 54/3

先修课程: 《初等数学》、《高等数学》

适用专业: 化学工程与工艺、制药工程等专业

开课教研室: 大学数学教研室

执笔: 蒋菊霞

审定: 王仁举 赵国喜

# 《线性代数 A》教学大纲

(2010 版)

课程编码：110878

课程名称：线性代数 A

学时/学分：54/3

先修课程：《初等数学》、《高等数学》

适用专业：化学工程与工艺、制药工程等专业

开课教研室：大学数学教研室

执笔：

审定：

## **一、课程性质与任务**

1. 课程性质：本课程是化学工程与工艺、制药工程专业的专业基础课。

2. 课程任务：通过本课程的学习，应使学生理解和初步掌握行列式，矩阵及其运算，向量的线性相关性，矩阵的初等变换与线性方程组，相似矩阵及二次型。在教学过程中注重培养学生逻辑思维和抽象思维能力，提高学生分析问题和解决实际问题的能力，为学生学习后续课程打下必要的数学基础。

## **二、课程教学基本要求**

1. 正确理解下列基本概念：n 阶行列式、矩阵、逆矩阵、矩阵的秩、n 维向量、线性相关、线性无关、矩阵的特征值和特征向量等。

2. 正确掌握下列方法：n 阶行列式的计算、初等变换求矩阵的逆和秩、齐次线性方程组和非齐次线性方程组的求解、特征值和特征向量的计算方法等。

成绩考核形式：平时成绩（平时测验、作业、课堂提问、课堂讨论等）（30%）+ 期末成绩（闭卷考试）（70%），成绩评定采用百分制，60 分为及格。

## **三、课程教学内容**

### **第一章 行列式**

#### **1. 教学基本要求**

让学生了解行列式的定义；引导学生利用行列式解决简单实际问题；激发学生对本课程学习的兴趣。

#### **2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能**

通过本章教学使学生了解 n 阶行列式的定义，掌握行列式的性质；会应用行列式的性质和行列式按行（列）展开的定理计算行列式；了解克拉默（Gramer）法则，会用克拉默法则求解线性方程组。

#### **3. 教学重点和难点**

教学重点是行列式的性质及行列式按行（列）展开定理。教学难点是行列式的定义，行列式的性质及行列式按行（列）展开定理，特殊 n 阶行列式的计算。

#### **4. 教学内容**

##### **第一节 二阶与三阶行列式**

1. 二元线性方程组与二阶行列式

2. 三阶行列式

##### **第二节 全排列及其逆序数**

1. 全排列定义

2. 逆序数定义

3.逆序数计算方法

### **第三节 n 阶行列式的定义**

1.三阶行列式的结构.

2.n 阶行列式的定义及一般项的特点

3.一些特殊的 n 阶行列式

### **第四节 对换**

1.对换的定义

2.有关定理及推论

### **第五节 行列式的性质**

1.转置行列式

2.行列式性质及推论

3.例题

### **第六节 行列式按行（列）展开**

1.余子式及代数余子式的定义

2.行列式按行列展开的有关定理及推论

3.例题

### **第七节 克拉默法则**

1.克拉姆法则.

2.例题

3.相关定理及推论

## **第二章 矩阵及其运算**

### **1. 教学基本要求**

让学生理解矩阵的概念，掌握矩阵的运算，了解分块矩阵的运算。

### **2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能**

通过本章教学，使学生理解矩阵的概念，掌握矩阵的线性运算、矩阵乘法运算、矩阵转置运算、方阵的行列式以及它们的运算律；理解逆矩阵的概念，掌握逆矩阵的性质以及方阵可逆的充分必要条件；理解伴随矩阵的概念，会用伴随矩阵求可逆矩阵的逆矩阵；了解分块矩阵的概念及分块矩阵的运算。

### **3. 教学重点和难点**

教学重点是矩阵的概念，矩阵的运算，逆矩阵的概念、性质及其计算。教学难点是矩阵的乘

法运算，逆矩阵的运算。

#### 4. 教学内容

##### 第一节 矩阵

1. 矩阵的定义
2. 单位矩阵、对角矩阵、对称矩阵等特殊的矩阵
3. 线性变换与矩阵的关系

##### 第二节 矩阵的运算

1. 矩阵的加法、数乘、乘法、转置、方阵的行列式、共轭矩阵等概念
2. 相应的运算规律

##### 第三节 逆矩阵

1. 逆矩阵的概念及性质.
2. 用伴随矩阵求逆矩阵
3. 利用逆矩阵解简单的矩阵方程

##### 第四节 矩阵分块法

1. 分块矩阵及其运算
2. 分块矩阵的作用
3. 用分块矩阵讨论简单的线性代数问题

### 第三章 矩阵的初等变换与线性方程组

#### 1. 教学基本要求

让学生掌握矩阵的秩的概念；掌握用初等变换求矩阵的秩和矩阵的逆矩阵的方法；掌握用初等变换解线性方程组的方法。

#### 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章教学，使学生掌握矩阵的初等变换，知道初等矩阵的概念；了解初等矩阵的性质和矩阵等价的概念，理解矩阵的秩的概念；掌握用初等变换求矩阵的秩和矩阵的逆矩阵的方法；掌握用初等变换解线性方程组的方法。

#### 3. 教学重点和难点

教学重点是矩阵的初等变换，矩阵的秩的概念。教学难点是矩阵的初等变换，矩阵的秩。

#### 4. 教学内容

##### 第一节 矩阵的初等变换

1. 用消元法解线性方程组

2.矩阵的初等变换的定义及性质

3.行阶梯形及行最简形矩阵

## 第二节 初等矩阵

1.初等矩阵的定义与性质

2.用初等变换求逆矩阵的方法

3.利用初等变换解矩阵方程

## 第三节 矩阵的秩

1.K阶子式

2.矩阵的秩的定义与性质

3.用初等变换求矩阵的秩

## 第四节 线性方程组的解

1.线性方程组有解的充要条件

2.用初等变换法求线性方程组通解的方法

# 第四章 向量组的线性相关性

## 1. 教学基本要求

让学生了解向量的相关概念及线性方程组的解的结构。

## 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章教学，使学生了解向量的概念，掌握向量的加法和数乘运算；了解向量的线性组合与线性表示的概念，理解向量组线性相关、线性无关的概念，掌握向量组线性相关、线性无关的有关性质及判别法；理解向量组的最大无关组的概念，掌握求向量组的最大无关组的方法；了解向量组等价的概念，理解向量组秩的概念，了解矩阵的秩与其行(列)向量组的秩之间的关系，掌握求向量组秩的方法；了解向量空间的概念，知道向量空间的基、维数的概念；理解线性方程组解的结构，了解基础解系的概念，理解齐次线性方程组有非零解的充分必要条件、非齐次线性方程组有解的充分必要条件，能熟练求出齐次线性方程、非齐次线性方程的通解。

## 3. 教学重点和难点

教学重点是向量组的线性相关、线性无关的性质及判别，向量组的最大无关组，线性方程组解的结构，齐次线性方程组、非齐次线性方程组的求解。教学难点是向量组的线性相关、线性无关的概念及其判别，向量组的秩、最大无关组，线性方程组的求解。

## 4. 教学内容

### 第一节 向量组及其线性组合

1.向量、向量组、线性组合、向量由向量组线性表示、向量组等价的概念

2.一些重要结论

## 第二节 向量组的线性相关性

1.向量组线性相关、向量组线性无关的定义及充要条件

2.相关结论

## 第三节 向量组的秩

1.向量组的极大无关组与向量组的秩的定义及主要结论

2.向量组的秩与矩阵的秩的关系

3.用初等变换法求向量组的极大无关组与秩的方法

## 第四节 线性方程组的解的结构

1.解向量、基础解系、通解、特解等概念

2.齐次与非齐次线性方程组解的结构

## 第五节 向量空间

1.向量空间、子空间、向量空间的基、维数、坐标和自然基的概念

2.过度矩阵的求法

# 第五章 相似矩阵及二次型

## 1. 教学基本要求

让学生理解施密特(Schmidt)正交化方法；掌握计算矩阵特征值和特征向量的方法；了解二次型的相关概念：掌握将二次型化为标准型的方法。

## 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章教学，使学生解向量内积的概念、向量空间正交基的概念，理解规范正交基的概念，掌握将线性无关向量组化为规范正交基的施密特(Schmidt)方法，了解正交矩阵的概念以及其性质；理解方阵特征值、特征向量的概念，掌握方阵特征值的性质，掌握计算矩阵特征值和特征向量的方法；了解相似矩阵的概念、性质及矩阵相似对角化的充分必要条件，掌握将矩阵化为相似对角矩阵的方法；了解二次型和二次型的秩的概念，了解二次型的标准形、规范形的概念及惯性定理；掌握用正交变换将二次型化为标准形的方法，会用配方法化二次型为标准形；知道正定二次型和对应矩阵的正定性及其判别法。

## 3. 教学重点和难点

教学重点是方阵的特征值与特征向量的概念，特征值与特征向量的计算，矩阵相似对角化的充分必要条件，用正交变换将二次型化为标准形。教学难点是施密特正交化过程，特征值、特征

向量的概念及其计算，用正交变换将二次型化为标准形的方法。

#### 4. 教学内容

##### **第一节 向量的内积、长度及正交性**

1. 内积、长度、正交以及规范正交基；
2. 线性无关向量组的正交化、单位化方法；
3. 正交矩阵的概念及其性质，正交变换。

##### **第二节 方阵的特征值与特征向量**

1. 矩阵的特征值与特征向量的概念与性质
2. 求法
3. 相关结论

##### **第三节 相似矩阵**

1. 相似矩阵的概念及性质
2.  $n$  阶方阵能相似于对角矩阵的充要条件

##### **第四节 对称矩阵的对角化**

1. 实对称矩阵的特征值与特征向量的性质
2. 实对称矩阵对角化的方法

##### **第五节 二次型及其标准形**

1. 实二次型和它的矩阵、秩
2. 标准形与规范形
3. 用正交变换法化二次型为标准形

##### **第六节 用配方方法化二次型成标准形**

1. 有平方项的配方
2. 无平方项的方

##### **第七节 正定二次型**

1. 正定二次型与正定矩阵的概念及其性质
2. 正定二次型的判别方法
3. 惯性定理

#### **第六章 线性空间与线性变换**

##### **1. 教学基本要求**

了解线性空间的定义与性质，理解线性变换的简单性质；了解线性变换与矩阵之间的关系，理解线性变换的矩阵；掌握  $R^n$  中线性变换在一组基下的矩阵的求法与已知向量在一组基下的坐

标求向量在线性变换下的象的坐标的方法；掌握在  $R^n$  中利用过渡矩阵求线性变换在不同基下的矩阵的方法。

## 2. 要求学生掌握的基本概念、理论、技能

线性空间的定义与性质，理解线性变换的简单性质， $R^n$  中线性变换在一组基下的矩阵的求法，在一组基下的坐标求向量在线性变换下的象的坐标的方法

## 3. 教学重点和难点

教学重点是线性空间的定义与性质、线性变换在一组基下的矩阵的求法。教学难点是利用过渡矩阵求线性变换在不同基下的矩阵

## 4. 教学内容

### 第一节 线性空间的定义与性质

1.线性空间（向量空间）的定义与性质

2.子空间

### 第二节 维数、基与坐标

1.线性空间的基与维数

2.坐标

3.同构

### 第三节 基变换与坐标变换

1.基变换、过渡矩阵

2.坐标变换

### 第四节 线性变换

1.影射、源集、象集与线性变换

2.线性变换的性质

### 第五节 线性变换的矩阵表示式

1.线性变换的表示法

2.线性变换在基下的矩阵

## 四、学时分配

序号	内 容	学 时 安 排		小计
		理论课时	实验或习题课时	
1	行列式	8	2	10

2	矩阵及其运算	8	2	10
3	矩阵的初等变换与线性方程组	8	2	10
4	向量组的线性相关性	10	2	12
5	相似矩阵及二次型	6	2	8
6	线性空间与线性变换	4		4
总计		44	10	54

## 五、主用教材及参考书

主用教材：

《线性代数》（第五版）主编：同济大学数学教研室 出版社：高等教育出版社 出版时间：  
2007

参考书：

1. 《线性代数》（第二版）主编：居于马 出版社：清华大学出版社 出版时间：2010
2. 《线性代数》主编：金义明 出版社：中国物资出版社 出版时间：2002
3. 《线性代数》（第四版）主编：赵树源 出版社：中国人民大学出版社 出版时间：2010
4. 《线性代数》第二版）主编：吴传生 王卫华等 出版社：高等教育出版社 出版时间：  
2008